IA DE SAINT-LOUIS
IEF DE SAINT-LOUIS
GROUPE TOP EDUCATION SENEGAL
https://topeducationsn.com

Année Scolaire : 2022-2023
Cellule : Mathématiques
Niveau : 3e
Professeur : M. SOW MSP

SERIE N°2 RELATION TRIGONOMETRIQUE DANS UN TRIANGLE RECTANGLE

Exercice N°1

I. Choisis la bonne réponse

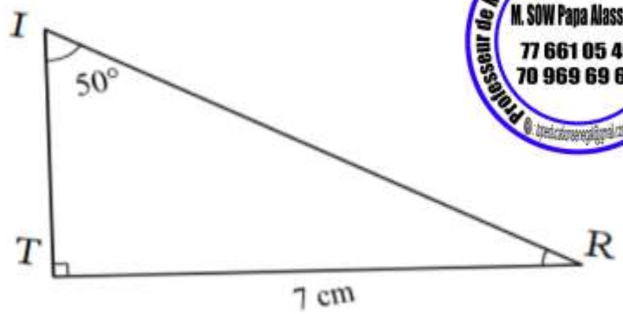
1) DEF est un triangle rectangle en E. Donc $\frac{DE}{DF} =$
   a) $\tan \widehat{EFD}$ b) $\cos \widehat{DEF}$ c) $\sin \widehat{EFD}$
2) On considère deux angles $\hat{A}$ et $\hat{B}$ tels que $\hat{A} = 90° - \hat{B}$. Quelle relation a-t-on ?
   a) $\cos \hat{A} = \cos \hat{B}$ b) $\cos \hat{A} = \sin \hat{B}$ c) $\sin \hat{A} = \sin \hat{B}$
3) Quelle est la valeur du sinus d'un angle de 60° ?
   a) $\frac{1}{2}$ b) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ c) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
4) Soit MNP un triangle rectangle en N telque MN=6cm et $\widehat{MPN} = 30°$.
   Quelle est la mesure de [MP]?
   a) 3cm b) 12cm c) 6cm

II. Recopier chacune des affirmations suivantes ci-dessous. Dire si elle est vraie (V) ou fausse (F)

a) Si $\sin \hat{x} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ alors $\cos(90° - \hat{x}) = \frac{\sqrt{2}}{3}$

b) Si $\hat{x}$ est un angle tel que $\cos(\hat{x}) = \frac{5}{7}$ alors $\sin(90° - \hat{x}) = \frac{5}{7}$.

III. Soient la figure suivante :



Calculer TI.

Exercice N°2 :

$\boldsymbol{OMN}$ est un triangle rectangle en O.

1. Montre que les angles $\hat{M}$ ***et*** $\hat{N}$ sont complémentaires.

2. Sachant que, $\mathbf{cos}\widehat{OMN} = \frac{4}{5}$ détermine $\mathbf{sin}\widehat{OMN}$.

Exercice N°3 :

ABC est un triangle. H est le pied de la hauteur issue A. On donne $AH = 4\ cm$, $\widehat{CAH} = 30°$ et $\sin \widehat{ABC} = \frac{2}{3}$. Calcule AB et AC.

Exercice N°43 :

ABC est un triangle rectangle en A. Calcule la mesure de l'angle $\widehat{ACB}$ au degré près lorsque : AC = 10 cm et AB = 4cm.

Exercice N°5 :

Le triangle ABC est rectangle en A; l'unité de longueur est le centimètre.
A l'aide des indications données, calculer une valeur approchée de la longueur des deux autres côtés.

a) $\widehat{ABC} = 18°\ et\ AB = 5cm$.
b) $\widehat{ABC} = 32°\ et\ AC = 9cm$.

Exercice N°6

Soit α un angle tel que $sin\ \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

alculer $cos\ \alpha$ et $tan\ \alpha$.

xercice N°7

Calcule la valeur exacte de :

$\cos 30° + \cos 30°$; $\cos^2 45° + \sin^2 30°$;

$\frac{1}{\cos 60°} + \cos 30°$; $\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{cos 60° + tan 45°}}$;

$(\cos 45° + \sin 60°)^2$; $\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{tan 60°}}$; $\sin(30° + 30°)$

Exercice N°8

1. Soit un triangle ABC rectangle en A tel que AB=8cm et AC=4cm
2. Soit H le projet orthogonal de A sur [BC]. On donne $AB^2 = BH \times BC$ et $AC^2 = CH \times BC$.
3. Calcule BH, CH puis AH
4. La parallèle a (AH) passant par C coupe (AB) en E. Calcule AE puis déduis-en EC. Calcule sin E.

Exercice N°9

ABC est un triangle rectangle en B. H est le pied de la hauteur issue de B. On note α la mesure de $\widehat{BCA}$.

On donne : $sin\ \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$ BH=$\frac{\sqrt{5}}{2}$ et AC $=\sqrt{5}$

1) a. Calcule $\cos \alpha$

b. Déduis en HC et AB.

2) Donne un encadrement de $\widehat{BCA}$ sachant que : $2{,}236 < \sqrt{5} < 2{,}237$

$\tan 47° = 1{,}0772$; $\tan 48° = 1{,}111$; $\tan 49° = 1{,}150$; $\tan 50° = 1{,}192$

3) Une droite (d) parallèle à (BC) passant par H coupe [AB] en E.

a. Compare les mesures des angles $\widehat{EHA}$ et $\widehat{BCA}$

b. En déduire que $\frac{BC}{AB} = \frac{EH}{EA}$

Exercice N°10

a) Sachant que cos x = 0,6 calculer sin x et tan x en utilisant les relations entre cos x, sin x et tan x.

b) Développe et réduis l'expression suivante $(\cos x + \sin x)^2 + (\cos x - \sin x)^2$

c) Soit ABC un triangle rectangle en A et H le projeté orthogonal de A sur (BC).

Exprimer $\sin\widehat{ABC}$ en fonction AH et AB puis $\sin \widehat{BCA}$ en fonction de AH et AC.

En déduire que $\frac{AH^2}{AB^2} + \frac{AH^2}{AC^2} = 1$ puis que $\frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{1}{AH^2}$

Exercice N°11 :

Tracer un demi – cercle C de diamètre AB = 10cm et placer M sur C tel que AM = 6cm.

1. Nature de AMB ? Justifier.

2. Calculer $\cos\ \widehat{MAB}$ et $\sin\ \widehat{MBA}$.

3. Déterminer graphiquement une mesure approchée de $\widehat{MAB}$ et de $\widehat{MBA}$

Exercice N°12 :

Soit le cercle $C_1(O\ ;r)$; A et B deux points de ce cercle diamétralement opposés.

Soit $M \in (C_1)$ tel que: AM=r.

1) Montrer que le triangle ABM est rectangle en M.

2) Calculer MB en fonction de r.

3) Calculer le cosinus, le sinus et la tangente de l'angle $\widehat{ABM}$.

Exercice N°13 :

Soit EFG un triangle tel que : EF=5,4cm ; FG=7,2cm et GE=9cm ;

1) Démontrer que le triangle EFG est rectangle.

2) Faire une figure claire et précise qui sera compléter au fur et à mesure que l'on avance.

3) Calculer le sinus de l'angle $\widehat{FEG}$.

4) Soit I le point de la droite (EG) n'appartenant pas à [EG] tel que: GI=3cm.

La parallèle à (EF) passant par I coupe (FG) en J. Déterminer les valeurs exactes de GJ et IJ.

5) Soit K le projeté orthogonal de F sur (EG).

Calculer FK en précisant la méthode utilisée.

6) Calculer KG puis en déduire EK.

Exercice N°14 : BFEM 2004

1) Tracer un demi – cercle C de centre O et de diamètre AB tel que AB = 2r.
Soit M un point du demi – cercle C plus proche de B que de A. Quelle est la nature du triangle AMB ? Justifier.

2) Soit a et b les mesure en degrés respectivement des angles $\widehat{BAM}$; $\widehat{BOM}$ et C le pied de la hauteur du triangle AMB issue de M.

a°/Donner deux expressions différentes de cos a.

b°/ En déduire que : AC = AM cos a et $AM^2 = AB \times AC$.

c°/ On sait que AC = AO + OC. Exprimer OC en fonction de cos b. En déduire que AC = r (1 + cos b)

d°/ Déduire des questions précédentes que $\cos^2 a = \frac{1+\cos b}{2}$

Exercice N°15 : BFEM 2005

1° a°/ Construire un cercle ($\mathscr{C}$) de centre I et rayon 4 cm. A et B sont deux points de **(** $\mathscr{C}$) diamétralement opposés. Placer un point M sur ($\mathscr{C}$) tel que AM = 4 cm.

b°/ Quelle est la nature du triangle AMI ?

c°/ En déduire la mesure de l'angle $\widehat{BIM}$.

2°/ K est le point d'intersection de la perpendiculaire à (AB) passant par I et la droite (AM).

a°/Justifier que AMB est un triangle rectangle.

b°/En remarquant que $cos\ \widehat{BAM}=cos\ \widehat{KAI}$, calculer AK et KI.

3°/Le point H est le projeté orthogonal de M sur (AB).

a°/Calculer $cos\ \hat{B}$, de deux manières différentes.

b°/ Exprimer BH en fonction de $cos\ \hat{B}$ puis démontrer que $BH = \frac{BM^2}{AB}$

4°/Placer le point E sur le segment [AM] tel que AE = 3 cm.

La parallèle à (IM) passant par E coupe le segment [AI] en F.

Quelle est la nature du triangle AEF ?