SERIE N°5 REPERABLE DANS LE PLAN

Exercice N°1:

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O\,;\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{OJ}\,)$, on donne les points A(5 ; − 4), B(−2 ;0) , C(−3 ;4) et D(0 ;5).

1. Placer les points A, B, C et D.

2. Calculer les coordonnées des points K et M milieux respectifs des segments [AB] et [DO].

3. a) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{CB}$ et $\overrightarrow{CD}$.

b) En déduire les distances CB et CD.

Exercice N° 2:

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O\,;\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{OJ}\,)$, on donne les points $E(-1;3)$; $F(6;2)$; $A(4;-6)$; $B(10;8)$; $C(0;-2)$ et $D(3;5)$

1. Démontrer que les vecteurs $\overrightarrow{OE}$ et $\overrightarrow{OF}$ sont orthogonaux.

2. Démontrer que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires.

3. $\overrightarrow{OE}$ est-il égal à $\overrightarrow{AD}$? Justifier la réponse.

Exercice N°3

1) Soit $\overrightarrow{MN}\binom{a-5}{3}$ et $\overrightarrow{KH}\binom{a+7}{-3}$ deux vecteurs dans un repère (O ;I ;J). Déterminer a pour que $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{KH}$ soient colinéaires.
2) Soit $\overrightarrow{QT}\binom{4}{5}$ et $\overrightarrow{UV}\binom{m-3}{m+2}$ deux vecteurs dans un repère (O ;I ;J). Déterminer m pour que $\overrightarrow{QT}$ et $\overrightarrow{UV}$ soient orthogonaux

Exercice N°4

a et b sont deux nombres réels. A, B, C, D, E et F des points du plan. Dans le plan muni d'un repère, on considère les vecteurs suivants : $\overrightarrow{AB}\binom{a+3}{7}$; $\overrightarrow{CD}\binom{7}{5-b}$; $\overrightarrow{EF}\binom{6-2a}{11}$

1) Déterminer les réels a et b pour que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ soient égaux.

2) Déterminer le réel a pour que les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{EF}$ soient colinéaires.

Exercice N°5

Dans le plan muni d'un repère $(O\,;\vec{\imath}\,;\vec{\jmath}\,)$.

On donne : $A(-1;3)$; $B(7;-6)$; $C(x;y)$ et $D(-3;4)$

1) Déterminer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ *et de* $2\overrightarrow{AB}$.

2) Déterminer les réels x et y pour que $\overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{AB}$.

3) Déterminer les coordonnées du point M tel que : $\overrightarrow{AM} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{BD}$

Exercice N°6

Les questions sont indépendantes

1) On donne $A(-1;-4)$; $B(1;-1)$ et $C(3;2)$. Démontrer que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires. Qu'en déduit-on pour A ; B et C ?
2) Dans le plan muni d'un repère $(O;\vec{\imath}\,;\vec{\jmath}\,)$ on donne : $\overrightarrow{AB} = 4\vec{\imath} - 3\vec{\jmath}$ et $\overrightarrow{CD}\left(-1;\frac{3}{4}\right)$. Sans faire de figure démontrer que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

Exercice N°7

Dans un repère $(O\,;\vec{\imath}\,;\vec{\jmath}\,)$, on donne les points $A\left(-\frac{5}{2};-3\right)$; $B\left(\frac{3}{2};5\right)$ et $C(-5;-1)$.

a) Calculer les coordonnées du point D tel que ABCD soit un parallélogramme.

b) Déterminer les coordonnées de E tel que ABEC soit un parallélogramme

c) Faire une figure. Démontrer que C est le milieu de $[DE]$.

https://topeducationsn.com

Exercice N° 8:

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O\,;\overrightarrow{OI}\,;\overrightarrow{OJ}\,)$.

1. On donne les points A(3; 5) ; B(2; −3) et C(−3; 4). Trouver les coordonnées de D pour que ABCD soit un parallélogramme.

2. On donne les points K(−2; 1) ; M(1; −3) et N(2; −5). Trouver les coordonnées de P image de K par la translation de vecteur $\overrightarrow{MN}$.

3. Trouver les coordonnées de F symétrique de K par rapport à O.

Exercice N°9

Soit (O ; I ;J) un repère du plan placer les points A (2 ; 3) ; B (−4 ; 2) et C (0 ; 5)

a)Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

b) Exprimer les vecteurs $\overrightarrow{BC}$ *et* $\overrightarrow{OC}$ *en fonction de* $\vec{\imath}$ et $\vec{\jmath}$.

c)Calcule les coordonnées de M et N milieux respectifs de [AB] et [AC]

d) Calculer les coordonnées de D pour que ABCD soit un parallélogramme.

Exercice N°10

Dans un repère $(O\,;\vec{\imath}\,;\vec{\jmath}\,)$, on considère les points A(2 ; 5) ; B(−2 ; −2) , D(7 ; 1)

1-Placer les points A ; B et D dans le repère $(O\,;\vec{\imath}\,;\vec{\jmath}\,)$.

2 – a) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{BD}$.

b) Exprimer ces vecteurs sous forme de combinaisons linéaires de $\vec{\imath}$ et $\vec{\jmath}$.

3 – a) Construire le point C image de B par la translation de vecteur AD. Calculer les coordonnées de C.

b) En déduire la nature du quadrilatère ABCD.

4 – a) Calculer les coordonnées de M milieu de [AB] ; placer M.

b) Construire le point E symétrique de D par rapport au point M ; calculer les coordonnées de E.

c) Quelle est la nature du quadrilatère ADBE ?

d) Démontrer que B est le milieu de [EC]. Faire la figure.

Exercice N°11: BFEM 2007 2nd groupe

Dans le plan muni d'un repère orthonormé (O ; $\overrightarrow{OI}$; $\overrightarrow{OJ}$), on donne les points $A(-2; 1)$; $B(4; 3)$ et $C(-1; -2)$.

1. Montrer que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ soient orthogonaux.

2. Soit E le milieu de [BC]. Calculer les coordonnées de E.

3. Soit D le symétrique de A par rapport de E. Calculer les coordonnées de D.

4. Montrer que le quadrilatère ABDC est un rectangle.

5. Justifier que E est le centre du cercle qui passe par les quatre sommets du rectangle puis calculer le rayon de ce cercle.

Exercice N°12:

Le plan est muni d'un repère orthonormal (O ; $\vec{\imath}$; $\vec{\jmath}$), On donne les points A,B, et C tels que :
$\overrightarrow{OA} = 6\vec{\imath} - \vec{\jmath}$; $\overrightarrow{OB} = 2\vec{\imath} - 2\vec{\jmath}$ et $\overrightarrow{OC} = 5\vec{\imath} + 3\vec{\jmath}$

1. Placer les points A, B, C et montrer que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont orthogonaux.

2. Calculer les distances AB, CB et AC. En déduire la nature du triangle ABC.

3. Calculer les coordonnées du centre K du cercle (ζ) circonscrit à ABC .Tracer (ζ) puis calculer son rayon.

4. Calculer sinus et tangent de l'angle $\widehat{ABC}$, déduis-en sa mesure.

https://topeducationsn.com

Exercice N°13 :

Le plan est rapporté à un repère orthonormé (O, I, J). L'unité est le centimètre.

1. Place les points $A(3 ; 2)$;$B(5 ; -1)$ et $C(2 ; -3)$.
2. Montre que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont orthogonaux.
3. Calcule les distances AB, AC et BC. En déduire la nature exacte du triangle ABC.
4. (T) étant le cercle circonscrit au triangle ABC, détermine les coordonnées de son centre I et calculer son rayon R.
5. Calcule le cosinus et la tangente de l'angle $\widehat{BAC}$, déduis-en sa mesure.
6. Soit E le milieu de [AC]. Calcule les coordonnées de E puis place-le dans le repère.
7. Soit D l'image de A par la translation de vecteur $\overrightarrow{BC}$. Détermine les coordonnées de D.
8. Démontre que ABCD est un carré.

Exercice N°14:

Le plan est muni d'un repère orthonormal (O, I, J). L'unité est le centimètre.

1. Placer les points A $(-2 ; 1)$; B $(3 ; 6)$; C $(4 ; -1)$
2. Calculer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$.
3. Montrer que l'on a : $AB = 5\sqrt{2}$
4. Montrer que le triangle ABC est isocèle de sommet B.
5. **a.** Construire le point D tel que : $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$.
   b. Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ? Justifier la réponse.

Exercice N°15 :

Le plan est muni d'un repère (O ; I, J). L'unité de longueur est le centimètre.

1. Dans un tel repère, placer les points $A(3 ; -2)$; $B (1 ; 2)$; $C (-3 ; 0)$.
2. Calculer la valeur exacte de AB.
3. **a.** Sachant que $BC = \sqrt{20}$, en déduire que ABC est un triangle isocèle.

b. Sachant de plus que $AC = \sqrt{40}$, prouver que ABC est un triangle rectangle.

4. Calculer les coordonnées du point M, milieu du segment [AC]. Placer M.

5. Construire le point D symétrique du point B par rapport au point M. Calculer les coordonnées du point D.

6. Prouver que le quadrilatère ABCD est un parallélogramme.

7. En déduire la nature exacte du quadrilatère ABCD.

SERIE N°6 EQUATIONS DE LA DROITE

Exercice N°1 :

Le plan est muni d'un repère (O, I, J). On donne A (1 ; 2) et B (3 ; −4). Déterminer une équation de la droite (AB).

Exercice N°2 :

Le plan est muni du repère (O, I, J). On donne A (1 ; 2) ; B (2 ; 4) et C (1 ; 5). Déterminons une équation cartésienne de la droite passant par C et parallèle à (AB).

Exercice N°3 :

Le plan est muni du repère (O, I, J). On donne A (1 ; 2) B (2 ; 4) et C (2 ; 3). Donnons une équation de la droite (D) passant par C et perpendiculaire à (AB).

Exercice N°4 :

Le plan est muni du repère (O, I, J).

Déterminons une équation de la droite (D) passant par A (2 ; −1) et de coefficient directeur a =3.

Exercice N°5 :

1. On donne : (D) : $2x + y - 5 = 0$ et (D') : $4x + 2y - 13 = 0$. Montrons que (D) // (D').
2. On donne : (L) : $y = 2x - 4$ et (L') : $y = -\frac{1}{2}x + 3$. Montrons que (L) ⊥ (L').

Exercice N°6 :

Calcule les coordonnées des points d'intersection de la droite (D) avec les axes (OI) et (OJ) du repère quand (D) a pour équation :

a) $\frac{1}{2}x - \frac{2}{3}y + 2 = 0$;b) $\frac{4}{5}x + \frac{1}{5}y + 1 = 0$; c) $-3x + 2y + 8 = 0$;d) $4x + 7y - 9 = 0$

Exercice N°7 :

Le plan est muni du repère (O, I, J). A (5 ; 3) ; B (−3 ; 2) et C (0 ; −4) sont trois points.

1) Justifie que A, B et C ne sont pas alignés.

2) Trouve une équation de la droite (D) dans chacun des cas suivants :

- (D) est la droite passant par A et de vecteur directeur $\overrightarrow{BC}$.
- (D) est la droite passant par B et parallèle à la droite (AC).

Exercice N°8 :

Le plan est muni du repère (O, I, J).

1) Donne une équation de la droite (D) passant par A(1 ;2) et de coefficient directeur a = −2

2) Donne une équation de la droite (D') passant par B (−2 ;1) et de coefficient directeur a'= $\frac{1}{2}$.

3) Trouve le point d'intersection de (D) et (D').

4) Comment sont les droites (D) et (D') ?

Exercice N°9 : Equation des droites particulières :

Le plan est muni du repère orthonormé (O, I, J). (D) : $y = -\frac{1}{4}x + 1$.

Donne une équation de chacune des droites perpendiculaires à (D) suivantes :

1) (D_1) passe par le point O
2) (D_2) a pour ordonnée à l'origine −2
3) (D_3) passe par le point J.

Exercice N°10 :

Le plan est muni du repère (O, I, J).

1) Donne une équation de la droite (D) passant par A(1 ;2) et de coefficient directeur a = −2

2) Donne une équation de la droite (D') passant par B (−2 ; 1) et de coefficient directeur a'= $\frac{1}{2}$.

3) Trouve le point d'intersection de (D) et (D').

4) Comment sont les droites (D) et (D') ?

Exercice N°11 :

Le plan est muni du repère (O, I, J).
(D) et (D') sont deux droites de ce plan, sécantes en un point A d'abscisse -2

(D) coupe (OJ) au point d'ordonnée 4.

(D') a pour équation : $2x - 3y + 1 = 0$.

Détermine une équation de(D)

Exercice N°12 :

Le plan est muni d'un repère orthonormal (0, I, J).
1. Donne la relation, entre les coordonnées traduisant l'appartenance du point A(m ; n) à la droite (D) :

$ax + by + c = 0$.

2. Donne la relation, entre les coordonnées, traduisant la colinéarité des vecteurs. $\vec{u}(x; y)$ et $\vec{v}(a; b)$

3. Donne la relation, entre les coefficients directeurs, traduisant la perpendicularité des droites (D_1) :

$y = ax + b$ et (L) : $y = px + q$.

4. On donne le point $A'(2; 3)$ le vecteur $\vec{u}(-1; 2)$et la droite D' passant par A' et de vecteur directeur $\overrightarrow{u'}$.

a) Détermine une équation cartésienne de la droite D'.

b) Justifie que le point B(4 ;-1) appartient à la droite D'.

c) Montre que l'équation réduite de la droite L'perpendiculaire à la droite (D') au point E, milieu de [A'B], est $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$.

d) Justifie que IA' = IB.

e) Montre que la mesure de l'aire de la surface du triangle A'BI est 5.

f) Fais une figure complète pour la question 4.

Exercice N°13 :

On munit le plan d'un repère orthonormal.
1°) Construire les droites (D) et (D') d'équations respectives: $-x + y + 1 = 0$ et $x + y + 3 = 0$
2°) Montrer que les droites (D) et (D') sont perpendiculaires puis calculer les coordonnées de leur point d'intersection A.
3°) Calculer l'ordonnée du point B de (D) d'abscisse +4 ainsi que l'ordonnée du point C de (D') d'abscisse – 4.
4°) Déterminer le rayon R et le centre I du cercle (T) passant par les points A, B et C. Tracer le cercle (T) .
5°) Déterminer les coordonnées du point H tel que $\overrightarrow{BH} = \overrightarrow{AC}$.
a- Quelle est la nature du quadrilatère ABHC ?
b- Montrer que H est élément de (T)

Exercice N°14 :

Le plan est muni d'un repère orthonormal .On considère les points A(-1 ; 5);B(-3 ; 1); et C(-5 ; 2)
1°) a- Calculer les distances AB ; BC et AC.
b- Démontrer que le triangle ABC est rectangle.
c- Calculer tan $\widehat{BAC}$.
2°) Soit (H) le cercle circonscrit au triangle ABC.
a- Calculer les coordonnées du centre K de ce cercle ainsi que son rayon R.
b- Calculer y pour que le point M de coordonnées $(-\frac{1}{2} ; y)$ appartienne au cercle (H) .
3°) Soit N le symétrique du point M par rapport au point K.
a- Démontrer que la droite (BK) est la médiatrice du segment [MN].
b- Donner l'équation réduite de la droite (BK).