REPERES ET DROITES DU PLAN (1)

Mesures algébriques (Exercices 1 à 6)

EXERCICE 1

Les points A, B, C et D sont situés sur un axe de telle sorte que : $\overline{AB} = -8$; $\overline{BC} = 12$ et $\overline{CD} = -6$. Calculer $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{BA}$, $\overline{BD}$, $\overline{DA}$ et $\overline{DB}$.

EXERCICE 2

Sur un axe (D), on donne trois points A, B et C tels que $\overline{AB} = -9$ et $\overline{BC} = 16$. Où faut-il placer l'origine O pour que $\overline{OA} + 3\,\overline{OB} + 5\,\overline{OC} = 0$?

EXERCICE 3

Soient A et B deux points d'un axe, I milieu de [AB] . Montrer que pour tout point M de l'axe, on a :

a) $\overline{MA}^2 + \overline{MB}^2 = 2\,\overline{MI}^2 + \dfrac{\overline{AB}^2}{2}$ b) $\overline{MA} \cdot \overline{MB} = \overline{MI}^2 - \dfrac{\overline{AB}^2}{4}$.

EXERCICE 4

Une droite est munie d'un repère $(O , \vec{i})$. On place les points A, B, C, D de cette croite d'abscisses respectives 4, $\dfrac{15}{2}$, -1 , et $-\dfrac{11}{3}$.

1°) Calculer $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{AD}$, $\overline{CA}$.

2°) Déterminer l'abscisse x des points M dans chacun des cas suivants :

a) $\overline{AM} = 3$ b) $2\,\overline{CM} + \overline{MA} = 1$ c) $2\,\overline{OB} = 3\,\overline{AM}$ d) $0 \leq \overline{CM} \leq 2$

e) $3\,\overline{AM} = AC$ f) $AM^2 = 4$.

EXERCICE 5

Sur un axe (D), on considère deux points A et B d'abscisses respectives -1 et 2 .

1°) Placer le point C tel que $\overline{CA} = 2\,\overline{CB}$.

2°) Montrer qu'il existe un point M tel que : $\overline{MA} + 2\,\overline{MB} = 0$.

3°) Quels sont les points M de (D) tels que $MA^2 - 4\,MB^2 = 0$?

EXERCICE 6

Soient A, B, C et D quatre points d'une même droite (Δ) muni d'un repère (O , I) .

1°) a) Etablir, à l'aide des abscisses des points la relation suivante :

$\overline{DA} \cdot \overline{BC} + \overline{DB} \cdot \overline{CA} + \overline{DC} \cdot \overline{AB} = 0$. *(relation dite d'Euler)* .

2°) Etablir, en utilisant la relation de Chasles, la relation d'Euler .

3°) Former l'expression $\overline{DA}^{2} \cdot \overline{BC} + \overline{DB}^{2} \cdot \overline{CA}$ et en déduire la relation suivante :

$$\overline{DA}^{2} \cdot \overline{BC} + \overline{DB}^{2} \cdot \overline{CA} + \overline{DC}^{2} \cdot \overline{AB} + \overline{BC} \cdot \overline{CA} \cdot \overline{AB} = 0$$

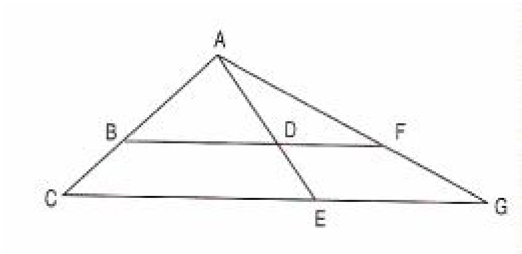
(relation dite de Stewart) .

<u>EXERCICE 7 (Applications du théorème de Thales et de sa réciproque)</u>

Les différentes questions sont complètement indépendantes .

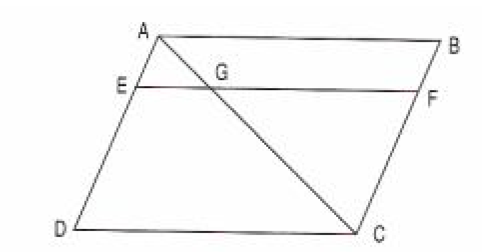
1°) ACG est un triangle . B est un point du segment [AC] , E un point du segment [CG] . La parallèle à (CG) passant par B coupe (AE) en D .

Montrer que : $\dfrac{\overline{EG}}{\overline{DF}} = \dfrac{\overline{CE}}{\overline{BD}}$.



2°) ABCD est un parallélogramme . E est un point du segment [AD] . La parallèle à (AB) passant par E coupe (AC) en G et (BC) en F .

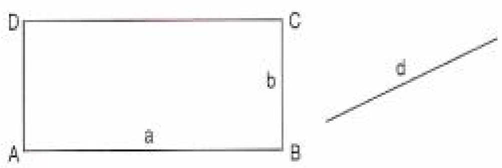
Montrer que : $\dfrac{\overline{EG}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{EC}}{\overline{FC}}$.



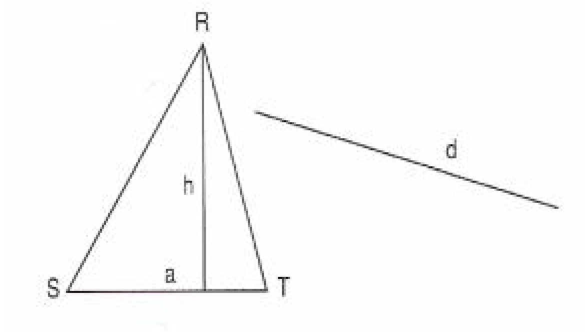
3°) RST est un triangle. L appartient à [RS] et M appartient à [RT] .
Indiquer si (LM) est parallèle à (ST) dans chacun des cas suivants :

a) RS = 7 ; RT = 14 ; RL = 1,5 ; RM = 3.
b) RS = 8 ; RT = 9 ; RL = 5 ; RM = 5,5.
c) RS = 7 ; RT = 9 ; SL = 3 ; RM = 5.
d) RS = 12 ; RT = 18 ; SL = 18 ; MT = 4,5 .

4°) Soit ABCD un rectangle donné de cotés a et b. Construire exactement un rectangle de même aire et dont un côté a pour longueur d (d longueur donnée) .



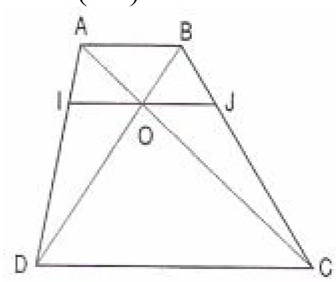
5°) Soit RST un triangle donné de cotés a = ST donné et de hauteur h. Construire un rectangle de même aire et dont un côté a pour longueur d (d longueur donnée).



6°) Placer exactement les points L, M, N d'abscisses respectives $\frac{2}{3}, \frac{5}{7}, \frac{4}{11}$ sur la droite (D) de repère (A,B) .

7°) Placer exactement les points S, T, U d'abscisses respectives $-\frac{1}{3}, -\frac{3}{7}, -\frac{7}{11}$ sur la droite (D) de repère (A,B) .

8°) ABCD est un trapèze . Les diagonales (AC) et (BD) se coupent en O .Par O, on trace une parallèle à (AB) qui coupe (AD) en I et (BC) en J .



Démontrer que $\frac{\overline{IO}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{OJ}}{\overline{AB}}$. Que peut-on en déduire pour I, O, et J ?

9°) ABCD est un quadrilatère . La parallèle à (AD) passant par C coupe (BD) en M . La parallèle à (BC) passant par D coupe (AC) en N .
On appelle I le point de rencontre de (AC) et (BD) .

Calculer $\frac{\overline{IN}}{\overline{IC}}$ et $\frac{\overline{IM}}{\overline{ID}}$.

Démontrer que (MN) est une droite parallèle à (AB).