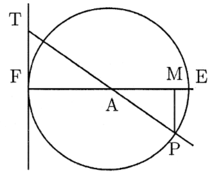
Géométrie du plan et de l'espace – Exercices - Devoirs

Exercice 1 corrigé disponible

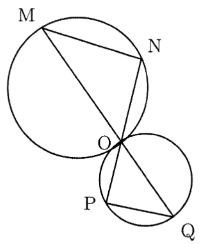
On considère un cercle de centre A et de rayon 5 cm.
Soit [EF] un de ses diamètres, M le point du segment [AE] tel que AM = 4 cm et P un point du cercle tel que MP = 3 cm.



1. Démontrer que le triangle AMP est rectangle en M.
2. On trace la tangente au cercle en F ; cette droite coupe la droite (AP) en T.
   (a) Démontrer que les droites (FT) et (MP) sont parallèles.
   (b) Calculer la longueur AT.

Exercice 2 corrigé disponible

Les points M, O et Q sont alignés ainsi que les points N, O et P.
Les segments [OM] et [OQ] sont des diamètres des deux cercles tracés ;
on donne : OM = 7,5 cm et OQ = 4,5 cm.



1. Prouver que le triangle MNO est rectangle en N.
   On admet pour la suite que le triangle OPQ est rectangle en P.
2. Justifier que les droites (MN) et (PQ) sont parallèles.
3. Dans le cas où ON = 5 cm, calculer la distance OP.
   Justifier.

Exercice 3 corrigé disponible

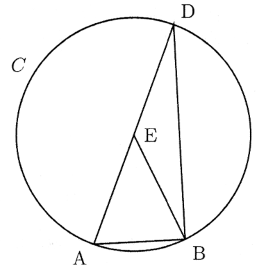
On considère un triangle EFG tel que EF = 6 cm, FG = 7,5 cm et GE = 4,5 cm.

1. Construire le triangle EFG.
2. Montrer que le triangle EFG est rectangle et préciser en quel point.
3. Construire le point M milieu de [EF] et construire la droite parallèle à [EG] passant par M ; elle coupe [FG] en N.
4. Montrer que N est le milieu de [FG].

Exercice 4 corrigé disponible

Sur la figure ci-contre, qui n'est pas en vraie grandeur, nous savons que :

- (C) est un cercle de centre E dont le diamètre [AD] mesure 9 cm.
- B est un point du cercle (C) tel que : $\widehat{AEB} = 46°$.



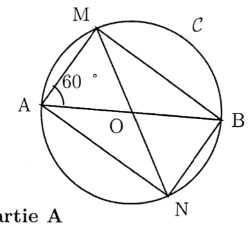
1. Faire la figure en respectant les dimensions données.
2. Montrer que le triangle ABD est un triangle rectangle.
3. Justifier que : $\widehat{ADB} = 23$.
4. Calculer la longueur AB et préciser sa valeur arrondie au centième de cm.
5. On trace la droite parallèle à la droite (AB) passant par E.
   Elle coupe le segment [BD] au point F.
6. Calculer la longueur EF et préciser sa valeur arrondie au dixième de cm.

Exercice 5

On considère un cercle de centre O et de diamètre [BC] tel que BC = 8 cm. On place sur ce cercle un point A tel que BA = 4 cm.

1. Faire une figure en vraie grandeur.
2. (a) Démontrer que le triangle ABC est rectangle en A.
   (b) Calculer la valeur exacte de la longueur AC. Donner la valeur arrondie de AC au millimètre près,
   (c) Déterminer la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$.
3. On construit le point E symétrique du point B par rapport au point A. Quelle est la nature du triangle BEC ? Justifier.

Exercice 6



On considère la figure ci-contre dans laquelle :

- AB = 6 cm et $\widehat{BAM} = 60$ ° ;
- $\mathcal{C}$ est le cercle de centre O et de diamètre [AB] ;
- AMBN est un rectangle inscrit dans le cercle $\mathcal{C}$.

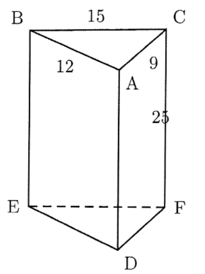
Partie A

1. Que représente le cercle $\mathcal{C}$ pour le triangle AMB ?
2. Quelle est l'image du point A par la symétrie centrale de centre O ?
3. Quelle est l'image du point M par la rotation de centre O, d'angle 120 °, dans le sens des aiguilles d'une montre ?

Partie B

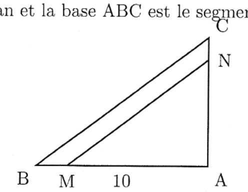
1. En utilisant le cosinus de l'angle $\widehat{BAM}$, calculer AM.
2. Combien mesure l'angle $\widehat{BOM}$? Justifier.

Exercice 7



Dans cet exercice, l'unité de longueur est le centimètre.
Un menuisier a fabriqué un objet en bois ayant la forme d'un prisme droit à base triangulaire.
Cet objet est représenté par le solide ABCDEF ci-contre tel que :
AB = 12 ; AC = 9 ; BC = 15 ; CF = 25.

1. Démontrer que le triangle ABC est rectangle en A.
2. Montrer que l'aire $\mathcal{B}$ du triangle ABC est égale à 54cm^2.
3. En déduire le volume $\mathcal{V}$ du prisme droit en cm^3.
   (On rappelle que : $\mathcal{V} = \mathcal{B} \times h$ avec $\mathcal{B}$ l'aire de la base en cm^2 et h la hauteur du prisme en cm).
4. Le menuisier souhaite tailler cet objet en le sectionnant par un plan parallèle à la face BCFE. L'intersection entre ce plan et la base ABC est le segment [MN].



(MN) // (BC)
AM = 10
AB = 12
AC = 9
BC = 15

Pour faciliter la découpe du bois, le menuisier veut connaître la longueur AN.

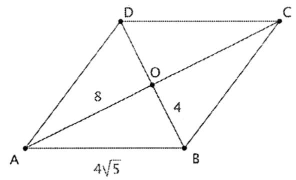
(a) Refaire cette figure en vraie grandeur.
(b) Calculer AN.

Exercice 8

1. Construire un triangle équilatéral FIO de 5 cm de côté.
2. Construire le point R, symétrique de I par rapport au point O.
3. Construire le point E, symétrique de I par rapport à la droite (OF).
4. Construire le point U, symétrique de F par rapport au point O.
5. Construire le point G, symétrique de F par rapport à la droite (IO).
6. Tracer le polygone FIGURE. Quelle semble être sa nature ?

Exercice 9

Le parallélogramme ci-contre est-il un losange ?



Exercice 10

ABC est un triangle isocèle en A. Le cercle $\mathscr{C}$, de diamètre $[AB]$, coupe $[BC]$ en D et $[AC]$ en E. La perpendiculaire à (AB) passant par C coupe la droite (BE) en F.

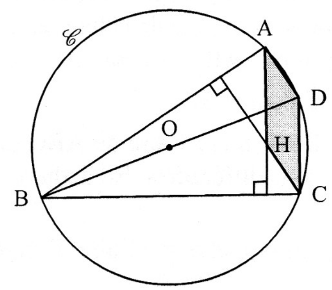
Objectif : Démontrer que A, D et F sont alignés, et que (AF) est la médiatrice de $[BC]$.

1. Faire une figure.
2. (a) Quelle est la nature des triangles AEB et ADB ?
   (b) Pourquoi peut-on affirmer que F est l'orthocentre du triangle ABC ?
   (c) Pourquoi peut-on affirmer que (AD) est la médiatrice de $[BC]$?
3. (a) Montrer que (AF) et (BC) sont perpendiculaires.
   (b) En déduire que A, D, et F sont alignés, puis que (AF) est médiatrice de $[BC]$.

Exercice 11

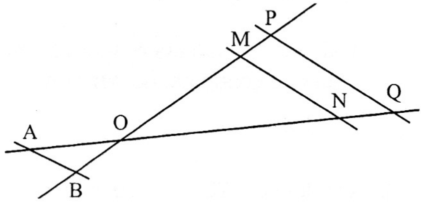
1) Soit un triangle ABC rectangle en A. Soit I le milieu de [AB] et O l'intersection de la droite passant par I et parallèle à (AC) avec le segment [BC]. J est l'intersection de la droite passant par O et parallèle à (AB) avec le segment [AC].
   a) Faire une figure.
   b) Montrer que le centre du cercle circonscrit du triangle ABC se situe en O.

2) $\mathscr{C}$ est le cercle de diamètre [BD] et de centre O. A et C sont deux points du cercle $\mathscr{C}$.
   a) Pourquoi les droites (AD) et (CH) sont-elles parallèles ?
   b) Pourquoi les droites (AH) et (CD) sont-elles parallèles ?
   c) En déduire la nature du quadrilatère AHCD.

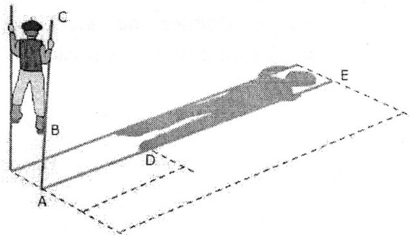


Exercice 12

1) On donne la figure ci-contre, les droites (MN) et (PQ) sont parallèles et :
   OA = 3 ; OB = 1,8, OM = 4,8 ; OP = 6 et OQ = 9
   a) Calculer ON
   b) Les droites (AB) et (MN) sont-elles parallèles ?

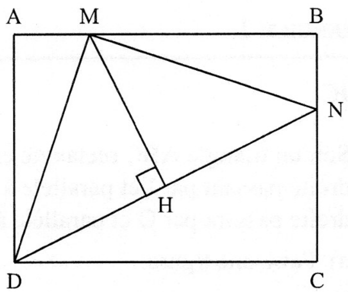


2) On suppose que les rayons du soleil sont parallèles.
   AC = 230 cm ; AD = 140 cm ; AE = 518 cm
   Calculer BC (valeur au mm près)

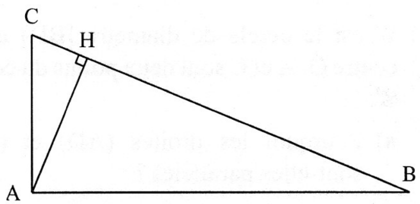


Exercice 13

1) ABCD est un rectangle tel que AB = 4 cm et BC = 3 cm. M est un point de [AB] tel que AM = 1 cm. N est un point de [BC] tel que BN = 1 cm.
   a) Démontrer que les droites (MD) et (MN) sont perpendiculaires.
   b) La droite perpendiculaire à (DN) et passant par M coupe [DN] en H. Calculer MH.



2) Soit un triangle ABC rectangle en A. On appelle H le pied de la hauteur issue de A. On donne AB = 12 cm , AC = 5 cm.
   a) Calculer BC.
   b) Determiner l'aire de ABC de deux façons différentes. En déduire AH.

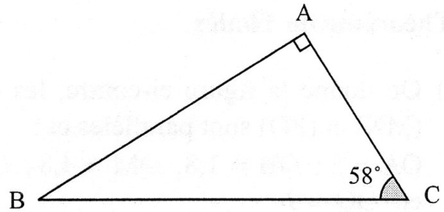


⚠ On rappelle que l'aire d'un triangle de base b et de hauteur h vaut : $\dfrac{b \times h}{2}$

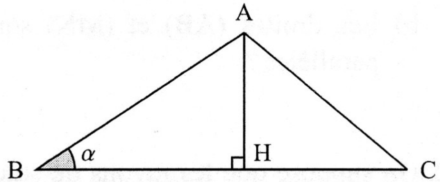
Exercice 14

1) Le triangle ABC est rectangle en A et : BC = 13 ; $\widehat{ACB} = 58^\circ$

   Calculer les valeurs exactes, puis approchées au centième, de AB et AC.



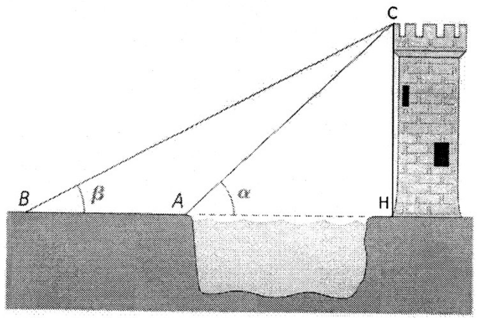
2) On donne : AC = 6, AB = 7 et $\widehat{ACH} = 40^\circ$
   a) Calculer la valeur exacte de AH
   b) Calculer la valeur exacte de l'angle α puis en donner une valeur approchée au dixième de degré près.



Exercice 15

Avant de lancer l'assaut, les chevaliers veulent connaître la hauteur du château. Un chevalier lit d'abord l'angle α lorsu'il est au bord du fossé ; l'angle vaut 42 °. Il recule de 10 m (AB = 10), l'angle β vaut alors 27 °.

1) On pose h = HC, déterminer les longueurs AH et BH en fonction de h
2) En déduire la valeur exacte de h puis en donner une valeur approchée au cm près.



Exercice 16

Soient un triangle ABC, un cercle $\mathscr{C}$ de diamètre [BC] et de centre O représentés en annexe. On complétera la figure au fur et à mesure de l'énoncé.

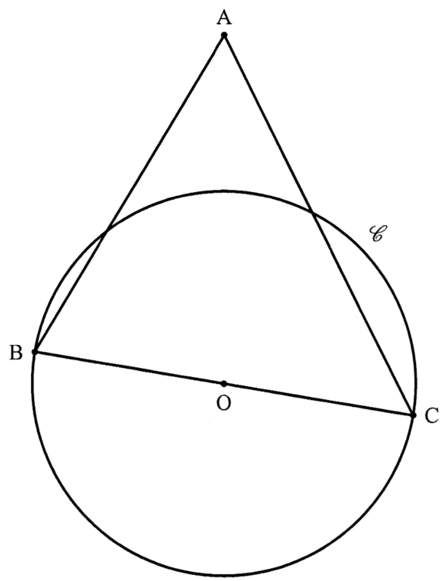
1) a) Placer les points D et E, intersections respectives du cercle $\mathscr{C}$ avec les droites (AB) et (AC).

b) Qu'est-ce que l'orthocentre d'un triangle. Quelle est sa propriété.

c) On note H le point d'intersection des droites (BE) et (CD). Montrer que les droites (AH) et (BC) sont perpendiculaires.

2) a) A la règle, non graduée, et au compas placer les points M et N tels que ABCM et ACBN soient des parallélogrammes. On laissera les traits de construction.

b) Montrer que le point A est sur la droite (MN) et que A est le milieu du segment [MN].



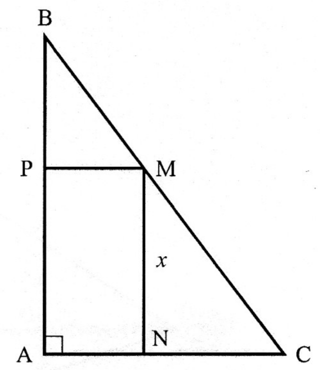
Exercice 17

ABC est un triangle rectangle en A.

On donne : AB = 8 et AC = 6.

M est un point quelconque du segment [BC]. Les droites (PM) et (MN) sont respectivement parallèle aux droite (AC) et (AB).

On pose : MN = x

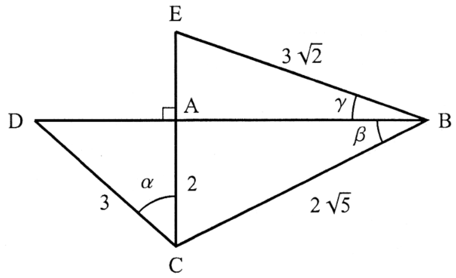


1) A l'aide du théorème de Thalès, calculer CN en fonction de x. En déduire AN en fonction de x.
2) Pour quelle valeur de x le rectangle ANMP est-il un carré ?
3) On suppose pour cette question que $x = 4$. Quelle est la position de M sur le segment [BC]
4) On fait varier le point M sur le segment [BC]. On cherche la position de M pour que la distance NP soit minimale.
   a) Montrer alors que la droite (AM) est perpendiculaire à (BC)
   b) Calculer la distance BC.
   c) En calculant de deux manières le sinus de $\widehat{BCA}$, déterminer alors cette distance NP minimale. On pourra s'aider d'une figure dans la configuration où (AM) est perpendiculaire à (BC).

Exercice 18

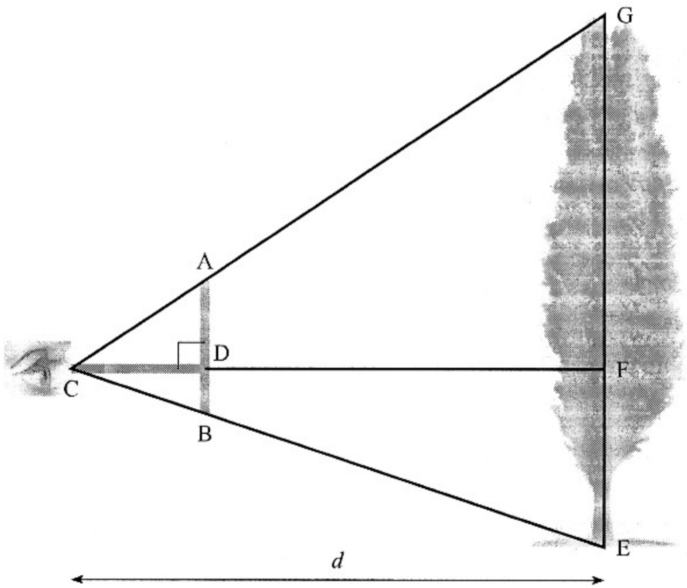
On donne la figure ci-contre.

1) Déterminer la valeur exate de AB.
2) Déterminer la valeur exacte de DE.
3) Déterminer les valeurs exactes des angles α, β et γ puis leurs valeurs approchées au dixième de degré prés.



Exercice 19

La croix du bucheron consiste à prendre deux baguettes de même dimension qui permettent d'évaluer la hauteur d'un arbre. On place la première baguette [AB] verticalement et la seconde [CD] horizontalement en la faisant colisser sur la première de façon à pouvoir viser le pied et la cime de l'arbre comme indiqué sur le schéma suivant :



1) Déterminer le rapport $\frac{CA}{CG}$, dans :
   a) le triangle CFG
   b) le triangle CEG
2) Montrer alors que si AB = CD, on a CF = EG
3) Que peut-on dire de la hauteur de l'arbre par rapport à la distance d de l'observateur à l'arbre ?