ANGLES ET TRIGONOMETRIE

Exercice 1

ABC est un triangle isocèle en A tel que mes(BÂC) = $\frac{\pi}{3}$. H est le projeté orthogonal de A sur (BC). La perpendiculaire en A à (AB) coupe (BC) en E. D est le projeté orthogonal de E sur (AC).

1. faire une figure.
2. Prouver que les points A, H, E et D appartiennent à un même cercle(C)
3. En utilisant la question 2) prouver que mes(AÊC) = $\frac{\pi}{3}$.
4. En déduire que la droite (EC) est la bissectrice intérieure de l'angle $A\hat{E}D$.

Exercice 2

ABC est un triangle équilatéral de centre de gravité G tel que $\widehat{(\vec{AB},\vec{AC})}$ ait pour mesure principale $\frac{\pi}{3}$.

Déterminer, en radian, les mesures principales des angles orientés :

$\widehat{(\vec{BC},\vec{BA})}$; $\widehat{(\vec{GA},\vec{GB})}$; $\widehat{(\vec{GA},\vec{GC})}$; $\widehat{(\vec{GA},\vec{BC})}$; $\widehat{(\vec{GA},\vec{CA})}$.

Exercice 3

Déterminer la mesure principale d'un angle orienté dont l'une des mesures est β dans chacun des cas suivants : $\beta = \frac{37\pi}{6}$; $\beta = \frac{15\pi}{4}$; $\beta = \frac{73\pi}{6}$; $\beta = -\frac{49\pi}{3}$; $\beta = \frac{71\pi}{6}$; $\beta = \frac{50\pi}{3}$

Exercice 4

Déterminer, si possible, la mesure β appartenant à l'intervalle I d'un angle orienté dont l'une des mesures est α dans chacun des cas suivants :

$\alpha = \frac{2\pi}{3}$; I = $[4\pi ; 6\pi[$;

$\alpha = \frac{17\pi}{6}$; I = $[-4\pi ; 2\pi[$

$\alpha = \frac{39\pi}{5}$; I = $]-8\pi ; -6\pi[$

$\alpha = -\frac{7\pi}{5}$; I = $]6\pi ; 8\pi]$

Exercice 5

Sachant la valeur de $\cos x$ ou de $\sin x$, calculer la valeur de l'autre

1) $\cos x = \frac{1}{3}$; $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right[$
2) $\sin x = -\frac{1}{2}$; $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$
3) $\cos x = -\frac{\sqrt{5}}{4}$; $x \in \left[-\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$

Exercice 6

1. Vérifier que : $1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$; $\forall x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$
2. En déduire la valeur de tangente x sachant que $\cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ et $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; 0\right]$.

1. t est un élément de $\left]0, \frac{\pi}{2}\right[$ tel que : $\cos t = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$. Calculer $\sin t$.
2. x est un élément de $\left]\frac{\pi}{2}, \pi\right[$ tel que : $\sin x = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$. Calculer $\cos x$.
3. y est un élément de $\left]-\pi, -\frac{\pi}{2}\right[$ tel que : $\tan y = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$. Calculer $\cos y$ et $\sin y$.
4. z est un élément de $\left]-\frac{\pi}{2}, 0\right[$ tel que : $\cos z = \frac{3}{4}$. Calculer une valeur approchée de z.

Exercice 8

A l'aide des formules relatives aux angles associés, transformer les expressions suivantes

$$A = 3\cos(-x) + 2\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + 4\sin x + \cos x$$

$$B = 2\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + 5\cos(\pi - x) - 3\sin(-x) - \cos x$$

$$C = -\sin(\pi + x) + \cos(\frac{\pi}{2} + x) - \sin(\pi - x)$$

$$D = \sin(\frac{\pi}{2} + x) + \cos(x - \pi) + \sin(x + \frac{3\pi}{2}) + \cos(x + \pi)$$

$$E = \cos(\frac{3\pi}{2} - \pi + x) - 2\sin(x - 2\pi) + 5\sin(\frac{5\pi}{2} + x)$$

Exercice 9

Calculer en utilisant le tableau trigonométrique des angles remarquables

$\cos\left(\frac{-\pi}{6}\right)$	$\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right)$	$\cos\left(\frac{36\pi}{6}\right)$
$\sin\left(\frac{5\pi}{4}\right)$	$\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)$	$\sin\left(\frac{-37\pi}{6}\right)$
$\tan\left(\frac{7\pi}{6}\right)$	$\tan\left(\frac{3\pi}{4}\right)$	$\tan\left(-\frac{5\pi}{6}\right)$

Exercice 10

Soit ABC un triangle isocèle de sommet A tel que : BC = a et $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = 2\pi/5$. La bissectrice de l'angle ABC coupe le coté [AC] en D. Faire une figure.

1. Démontrer que : AD = BD = a

2. Démontrer que: $AB = 2a\cos(\pi/5)$ et $CD = 2a\cos(2\pi/5)$. En déduire que: $\cos(\pi/5) - \cos(2\pi/5) = 1/2$.

3. On appelle H le projeté orthogonal de A sur (BC). Calculer BH en fonction de a de deux manière différentes et en déduire que: $\cos(\pi/5)\cdot\cos(2\pi/5) = 1/4$.

4. En remarquant que $(x+y)^2 = (x-y)^2 + 4xy$, calculer : $\cos(\pi/5)$ et $\cos(2\pi/5)$.

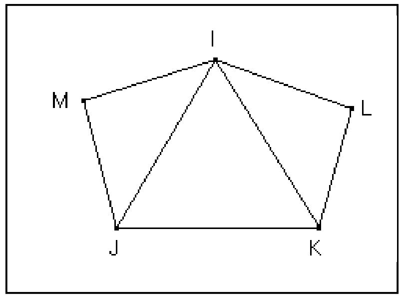
5. Calculer $\sin(2\pi/5)$.

IJK est un triangle équilatéral ; IMJ et IKL sont des triangles rectangles isocèles. Donner la mesure principale en radians des angles orientés cités :

$\left(\overrightarrow{IJ};\overrightarrow{IK}\right)$; $\left(\overrightarrow{MI};\overrightarrow{MJ}\right)$

$\left(\overrightarrow{JM};\overrightarrow{JK}\right)$; $\left(\overrightarrow{KL};\overrightarrow{KI}\right)$

$\left(\overrightarrow{LI};\overrightarrow{LK}\right)$; $\left(\overrightarrow{KL};\overrightarrow{KJ}\right)$



Exercice 12

A partir du cercle trigonométrique, déterminer le signe de $\cos x$ et de $\sin x$ dans chacun des cas suivants:

a) $x\in\left[0;\frac{\pi}{2}\right[$; b) $x\in\left[\frac{\pi}{2};\pi\right]$.

c) $x\in\left[-\pi;-\frac{\pi}{2}\right]$; d) $x\in\left[-\frac{\pi}{2};0\right]$.

Exercice 13

Etablir les égalités suivantes

1. $\cos^2 x-\sin^2 x=2\cos^2 x-1=1-2\sin^2 x$
2. $\cos^4 x+\sin^4 x=1-2\sin^2 x\cos^2 x$
3. $\left(\cos x+\sin x\right)^2+\left(\cos x-\sin x\right)^2=2$